

# Das Experiment: Quantitative Versuche zur Farbmischung

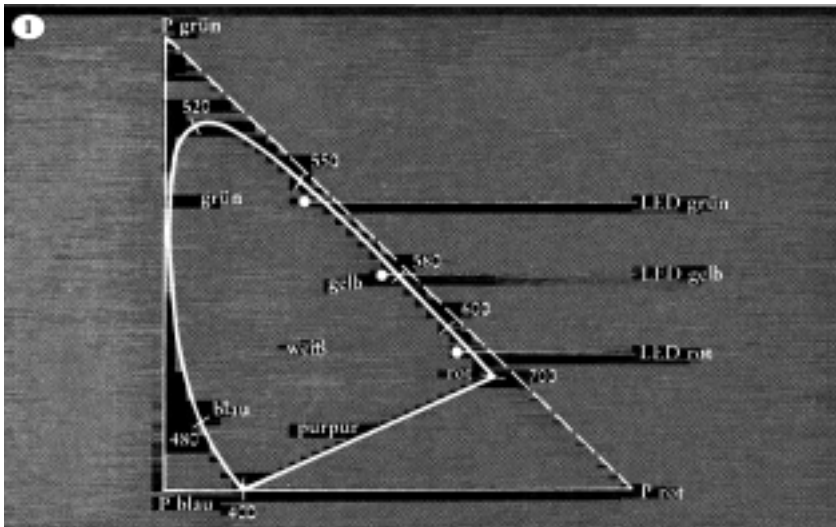


Abb. 1. Darstellung der Farborte in einem Farbraum entsprechend dem international vereinbarten Berechnungsschema (CIE Farbdreieck, siehe Lehrbücher). Die Primärfarben Blau, Grün, Rot sind als Achsen eines dreidimensionalen Raumes gewählt, die in dieser Darstellung als Eckpunkte einer in diesen Raum gelegten Fläche erscheinen ( $P_{\text{blau}}$ ,  $P_{\text{grün}}$ ;  $P_{\text{rot}}$ ). Die Farben des Spektrums liegen dann auf einem Linienzug von 400 nm über 480, 520, 550, 580, 600 bis 700 nm. Die Verbindungsstrecke 700 – 400 nm (purpur) entspricht keiner Spektralfarbe, sondern entsteht durch Mischung der Wellenlängen 400 und 700 nm mit unterschiedlichem Anteil. Die am meisten gesättigten Farben liegen auf dem Spektralfarbenzug und der Purpur-Strecke, weiß ist die Mischung aller Primärfarben mit gleichem Anteil und liegt in der Mitte des Farbraums. Eingetragen sind die Farborte der 3 verwendeten Leuchtdioden (LED grün, gelb, rot). In dieser Darstellung läßt sich das Ergebnis einer Farbmischung anschaulich einfach darstellen. Die Mischfarbe liegt auf der Verbindungsstrecke zwischen den beiden gemischten Farben. In unserem Fall muß der Beitrag der beiden zu mischenden Farben etwa gleich groß sein, um einen Farbton zu erhalten, der dem Farbort von LED gelb entspricht.

Farbmischexperimente geben eine Fülle von Informationen über die spektralen Eigenschaften der Farbrezeptoren in unserem Auge, wenn sie quantitativ durchgeführt werden können. Dies ist wegen der Schwierigkeit zuverlässiger Lichtmessungen, dem Aufwand mit meist teuren Farbfiltern und der großen Schwankungen im Lichtfluß einfacher Lichtquellen im Schulversuch selten möglich. Andererseits sind psychophysische Experimente gerade zum Farbsehen sehr gut geeignet, in die Denkweise der Sinnesphysiologie einzuführen. Der Schritt von der Quantifizierung der Empfindung (Wahrnehmung) zu der Beschreibung der Funktionsweise der Rezeptoren läßt sich didaktisch geschickt darstellen, weil die Phänomene für jeden Schüler im eigenen Erfahrungsbereich liegen. Da außerdem der Prozentsatz von Farbsehgeschwächten relativ hoch ist (ca. 8% bei Männern), finden sich immer Schüler, deren Farbwahrnehmung abweicht. Dies reizt zusätzlich an, die Hintergründe für diese Abweichung verstehen zu wollen.

Im folgenden wird ein einfaches und relativ billiges (Gesamtkosten ca. DM 150,-) Gerät beschrieben, das aus den angegebenen Bauteilen selbst hergestellt werden kann. Es steht aufwendigen Anomaloskopern kaum nach und läßt sich für eine Vielzahl von Experimenten einsetzen. An Stelle von monochromatischen Lichtquellen werden Lumineszenzdioden verwendet, die für die Farben Grün, Gelb, Rot existieren und genügende spektrale Reinheit besitzen. Ihre Leuchtstärke läßt sich über den Strom sehr genau und reproduzierbar einstellen. Da allerdings noch keine blau leuchtenden Dioden auf dem Markt sind

beschränkt sich das Anomaloskop auf den Grün-Rotbereich und prüft die Regeln der Farbmischung von Rot und Grün zu Gelb. Damit läßt sich auch die relativ häufige Rot-Grün-Farbensehschwäche bzw. -Blindheit nachweisen und das Ausmaß bestimmen.

*Voraussetzungen für das Experiment.* Photorezeptoren sind Lichtquantenzähler. Ihre Erregungsgröße hängt nur von der Anzahl der absorbierten Lichtquanten ab. Die Empfindung "Farbton" entsteht durch Vergleich der Erregung von 3 Sorten von Photorezeptoren in unserem Auge. Seit den Arbeiten von Young, Helmholtz und Maxwell im vorigen Jahrhundert wissen wir, daß diese 3 Sorten von Photorezeptoren sich in ihrer Empfindlichkeit für Licht verschiedener Wellenlängen unterscheiden müssen. Ihre maximale Empfindlichkeit sollte beim Menschen im Rot-, Grün- und Blaubereich des Wellenlängenspektrums liegen (Rot-, Grün-, Blaurezeptoren). Ein wichtiger Beweis für diese Annahme sind die Ergebnisse von Farbmischexperimenten.

1. Die Mischung gleicher Teile von blauem, grünem und rotem Spektrallicht ergibt den Eindruck unbunt Weiß. 2. Jeder der ca. 200 verschiedenen Farbtöne, die der Mensch unterscheiden kann, kann durch Mischung dieser 3 primären Farben erzeugt werden. 3. Eine reine Spektralfarbe kann vom Auge nicht unterschieden werden von einer Mischung aus 2 reinen Spektralfarben, wenn diese in der Nähe zu kürzeren und längeren Wellenlängen verschoben sind. Diese Regeln kann man sich anschaulich an dem Modell des Farbkreises klar machen (siehe Lehrbücher) oder – wie Abbildung 1 zeigt – mit Hilfe der international vereinbarten Darstellungsweise als CIE Farbdreieck auch quantitativ beschreiben (vergleiche Lehrbücher, z.B. [2]).

In quantitativen Farbmischexperimenten kann man nun die relativen Beiträge der 3 Photorezeptortypen bestimmen. In unserem Experiment mit einem Rot-Grün-Anomaloskop vereinfacht sich die Situation insofern, als der Blaurezeptor nicht berücksichtigt werden braucht, da er im untersuchten Wellenlängenbereich nicht mehr empfindlich ist (Abbildung 2).

## 1. Das Gerät

Das farbige Licht wird von 2 Lumineszenzdioden (LED<sup>\*)</sup> erzeugt, eine gelb leuchtende und eine, die einen grün und einen rot leuchtenden Sektor hat.

\*LED = Light emitting diode

Vor jede Diode wird ein Stück eines Plastiklichtleiters gesetzt. Die beiden Lichtleiter haben 2 Aufgaben: 1. Zwei dicht benachbarte Lichtpunkte zu erzeugen, 2. das rote und grüne Licht zu mischen. Die beiden Lichtleiter stecken in einem Rohr, das einmal Umgebungslicht abschirmt und zum anderen dafür sorgt, daß nicht schräg auf die Lichtleiter geschaut werden kann. Der seitliche Abfall der Intensität für die 3 Farben ist nämlich verschieden und würde bei seitlicher und zentrierter Blickrichtung zu unterschiedlichen Farbmischungsverhältnissen führen. Wenn die beiden Lichtleiter in eine Mattscheibe eingesetzt sind (wie das Abbildung 3 zeigt), die von hinten beleuchtet werden kann, dann lassen sich eine Reihe weiterer Experimente machen. Die LEDs werden über ein Gerät angesteuert (siehe Schaltplan),

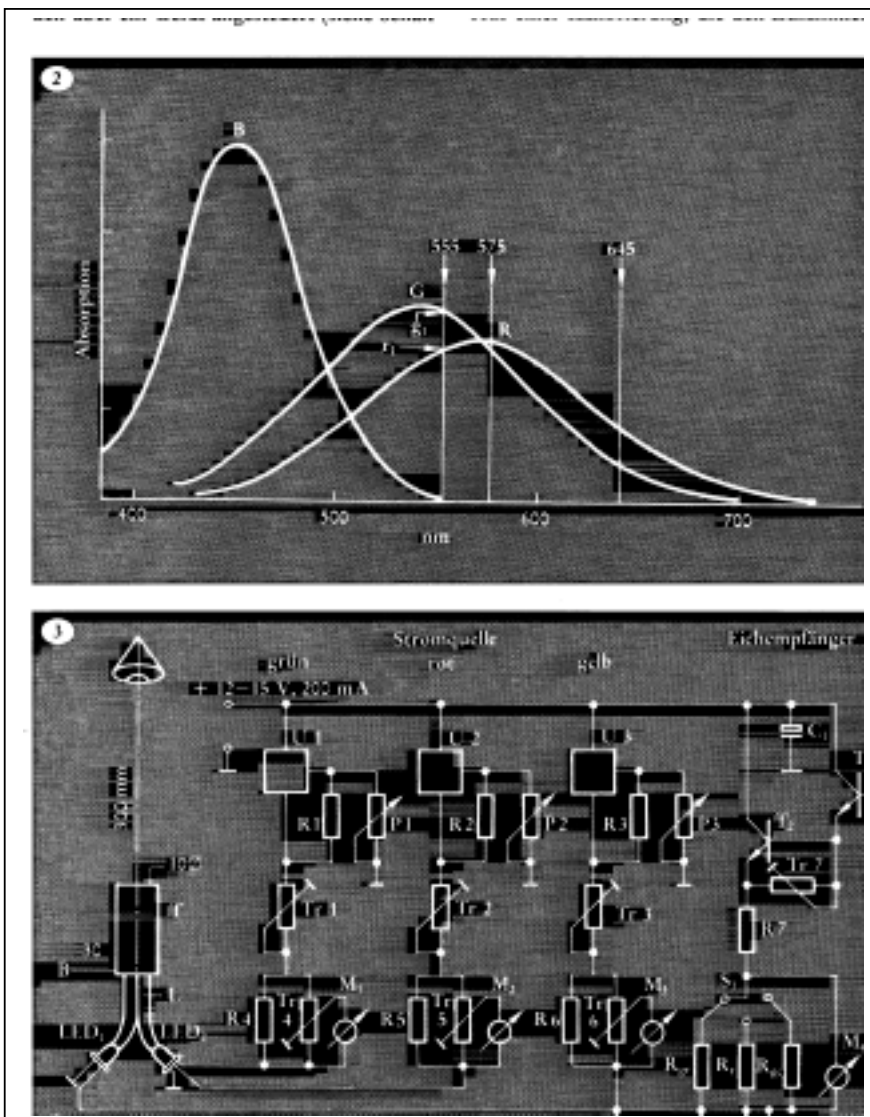
das die eingestellten Ströme anzeigt. Wesentlich ist nun, daß die Leuchtintensität der Dioden mit einem eingebauten Empfänger kalibriert wird, so daß die Lichtströme in Quantenstromdichte angegeben werden können.

## 2. Experiment

Die beiden Leuchtdioden (Typ CQX 27, gelb strahlend; sowie CQX 31, rot und grün strahlend) erscheinen als 2 dicht nebeneinander liegende Leuchtpunkte in einem dünnen dunklen Rohr. Die Helligkeit der Rot und Grünstrahlung wird nun so eingestellt, daß ihre Mischung den gleichen Farbton wie die Gelbstrahlung ergibt. Dies wird für mehrere Helligkeiten der Gelbstrahlung wiederholt. Aus einer Kalibrierung, die den Zusammenhang zwischen der Helligkeit (in Quanten)

Abb. 2. Wellenlängenabhängigkeit der Absorption in den 3 Zapfentypen im Auge des Menschen (nach [1] und [3]). – B: Blaurezeptor, G: Grünrezeptor, R: Rotrezeptor. Die spektralen Empfindlichkeitskurven sind so normiert, daß das Integral unter jeder Kurve gleich ist. Damit wird berücksichtigt, daß Licht mit gleicher Quantenstrahlungsdichte im Wellenlängenbereich 400 – 700 nm dem menschlichen Auge weiß erscheint. Weiß ist dann also eine Empfindung, die entsteht, wenn der Beitrag der Erregung von allen 3 Rezeptortypen gleich ist. Eingetragen sind auch die 3 dominanten Wellenlängen der verwendeten, lichtemittierenden Dioden (LED), 555 nm ist die grün leuchtende, 575 nm die gelb leuchtende, 645 nm die rot leuchtende. Ordinate-parallele Geraden bei diesen Wellenlängen schneiden die spektralen Empfindlichkeitskurven des Grün- und Rotrezeptors. Die Schnittpunkte geben die relativen Erregungsgrößen (oder Absorptionsgrößen) der beiden Rezeptoren bei diesen 3 Wellenlängen an (z.B. für LED grün bei 555 nm  $g_1$  und  $r_1$ , entsprechend bei den anderen dominanten Wellenlängen. Siehe Text).

Abb. 3. Die Versuchsperson blickt durch den geschwärzten Tubus auf die Lichtleiterenden im Abstand von ca. 30 cm. Der Tubus reduziert das Streulicht und unterdrückt die bei wechselnden Betrachtungswinkeln auftretenden Wellenlängenabhängigkeiten der Emission der Lichtleiter. Die Intensität der Farben Grün, Rot, Gelb läßt sich einzeln mit den Potentiometern P 1 – P 3 der drei getrennt aufgebauten Stromquellen einstellen. Zum Kalibrieren der Leuchtdioden LED 1 und LED 2 wird der Phototransistor T 1 zentriert in den Tubus gesteckt und mit den Trimmern Tr 1 – Tr 3 jede einzelne Farbe in der entsprechenden Stellung des Bereichsschalters S 1 auf den gleichen Ausschlag (z.B. 60 Skalenteile) eingestellt. Dann sind die Leuchtdioden auf gleiche Quantenstrahlungsdichte geeicht, da die spektralen Eigenschaften der Leuchtdioden LED 1 und LED 2, sowie die spektrale Empfindlichkeit des Phototransistors T 1 durch die Wahl der Meßbereichswiderstände  $R_r$ ,  $R_{ges}$ ,  $R_{gr}$  korrigiert sind. Die Widerstände  $R_r$  für Rot,  $R_{ges}$  für Gelb und  $R_{gr}$  für Grün müssen in folgendem Verhältnis stehen:  $R_r = 1 : R_{ges} = 8,22 : R_{gr} = 12,7$ .



und der Stromstärke für die Rot und Gründiode angibt (s. unten), wird das Verhältnis der Helligkeiten (in Quanten) der Rot und Gründiode am Abgleichpunkt bestimmt. Für normal Farbtüchtige findet man ein Verhältnis von im Mittel = 1,34, für Protoanomale (abgeänderte und geschwächte Rotrezeptoren) ergeben sich Werte von  $> 2$ , für Deuteranomale (abgeänderte und geschwächte Grünrezeptoren) Werte von  $< 1$ . Wiederholt man die Abgleichexperimente mehrmals, findet man außerdem eine geringe Streuung der Werte bei normal Farbtüchtigen und große Streuungen bei Farbsehgeschwächten, vor allem bei den echten Dichromaten (Rot-Grün-Blinde).

### 3. Auswertung

(Farbmetrische Berechnung) Da die spektrale Emission der Dioden relativ breit ist, dürfen wir nicht die Wellenlänge der maximalen spektralen Emission einsetzen, sondern einen über die spektrale Abhängigkeit der Photorezeptoren im menschlichen Auge korrigierten Wert, die sog. dominante Wellenlänge. Diese beträgt für die grüne LED  $\lambda_d = 555$  nm, die gelbe LED  $\lambda_d = 575$  nm, die rote LED  $\lambda_d = 645$  nm.

Zur Kalibrierung der Skalenteile der 3 Meßinstrumente wird ein Lichtmeßgerät verwendet (Abbildung 3). Die Vorwiderstände  $R_{rot}$ ,  $R_{gelb}$ ,  $R_{grün}$ , die die Verstärkung des Meßgerätes bestimmen, sind so ausgewählt, daß die spektrale Empfindlichkeit des Empfängers sowie die Konsequenzen der Überlagerung der spektralen Emissionen mit der spektralen Empfindlichkeit des Auges berücksichtigt sind. Da die Kennlinien der LEDs parallel verlaufen, genügt es, die Messung bei einem bestimmten Wert von Skalenteilen zu machen, um den Umrechnungsfaktor zwischen Skalenteilen in Quantenstromdichte (ausgedrückt in relativen Quantenzahlen) für jede LED zu gewinnen.

Beim Farbabgleich findet man ein bestimmtes Verhältnis von Skalenteilen für die Rot-LED und die Grün-LED, die nach der in der Legende zu Abbildung 3 beschriebenen Prozedur nach der Kalibrierung direkt die relative Quantenstromdichte angeben.

Der gefundene Wert von 1,34 für normal Farbtüchtige bedeutet, daß von der Wellenlänge 645 nm 1,34 mal mehr Quanten zu der Wellenlänge 555 nm gemischt werden müssen, damit die Mischung den gleichen Farbton wie 575 nm hat. In einer einfachen Modellrechnung läßt sich nun zeigen, welche Aussagen damit über den Grün- und den Rotrezeptor gemacht werden können.

Abbildung 2 gibt die Wellenlängenabhängigkeit der Erregungsgröße der 3 Farbrezeptoren im menschlichen Auge für quantengleiche Spektrallichter wieder nach Messungen von Baker und Rushton (vgl. [1] und [3]). Bei der Normierung dieser spektralen Empfindlichkeitskurven (B, G, R,) zueinander wurde berücksichtigt, daß Licht mit gleichen Quantenzahlen bei allen Wellenlängen zwischen 400 – 700 nm als "weiß" erscheint. "Weiß" ist dann die Empfindung, die entsteht, wenn alle 3 Rezeptoren B, G, R gleich viele Quanten absorbieren, also gleich stark erregt werden. Für unsere Modellrechnung gehen wir nun davon aus, daß die 3 im Experiment verwandten Farben monochromatische Linienspektren bei 555 nm (grün), 575 nm (gelb), 645 nm (rot) entsprechen. Diese sind in Abbildung 2 als ordinatenparallele Linien eingetragen. Sie schneiden die G- und R-Kurven. Die Schnittpunkte  $g_1$  bis  $g_3$  und  $r_1$  bis  $r_3$  geben die Quantenabsorption bzw. Erregungsgröße (Ordinate in willkürlicher Maßeinteilung) in den G- und R-Rezeptoren wieder: für  $\lambda_d = 555$  nm:  $g_1 = 41$ ,  $r_1 = 34$ ;  $\lambda_d = 645$  nm:  $g_2 = 8$ ,  $r_2 = 16$ ;  $\lambda_d = 575$  nm:  $g_3 = 33$ ,  $r_3 = 36$ . Jeder monochromatischen Wellenlänge kommt ein bestimmtes Verhältnis der Erregungsgrößen der 3 Rezeptoren zu, das den Farbton

bestimmt, für 555 nm also z.B.  $b : g : r = 0 : 41 : 34$ . Dieses Verhältnis bleibt auch dann erhalten, wenn n-mal stärkeres Licht der gleichen Wellenlänge eingestrahlt wird, da in jedem Rezeptor n-mal mehr Quanten absorbiert werden ( $n * b : n * g : n * r = 0 * n : 41 * n : 34 * n$ ). Der Farbton ändert sich mit der Intensität also nicht.

Nun wollen wir berechnen, warum eine bestimmte Intensität von Rotlicht mit einer bestimmten Intensität von Grünlicht gemischt den gleichen Farbton wie Gelblicht erzeugt. Nach dem oben Gesagten bedeutet "gleicher Farbton", daß grünes Licht mit x-facher Intensität gemischt mit rotem Licht y-facher Intensität die gleiche Erregung in den G- und R-Rezeptoren erzeugt wie gelbes Licht mit m-facher Intensität, für G-Rezeptor gilt dann  $x * g_1 + y * g_2 = m * g_3$ , für R-Rezeptor gilt dann  $x * r_1 + y * r_2 = m * r_3$ . Grünes Licht mit x-facher Intensität erzeugt die Erregungsgröße 41x im G-Rezeptor und 34x im R-Rezeptor, rotes Licht mit y-facher Intensität 8y im G-Rezeptor und 16y im R-Rezeptor, schließlich gelbes Licht mit m-facher Intensität 33m im G-Rezeptor, 36m im R-Rezeptor:

$$41x + 8y = 33m$$

$$34x + 16y = 36m$$

Daraus ergibt sich, daß die Intensität des Rotlichts (y) 1,34mal größer sein muß als die des Grünlichts, um gemischt das gleiche Erregungsverhältnis zu erhalten, das Gelblicht erzeugt.

Protanomale stellen eine höhere Intensität des Rotlichts ein, da sie einen veränderten und/oder geschwächten Rotrezeptor haben. Dies ist bei ca. 0,8% der männlichen Bevölkerung der Fall. Deuteranomale stellen eine höhere Grünintensität ein ( $y / x$  ca. 0,5 bis 2), da der Grünrezeptor verändert und/oder geschwächt ist (3 – 4% der männlichen Bevölkerung). Echte Rot-Grünblinde, bei denen der Grün- bzw. Rotrezeptor fehlt, können in unserem Experiment keinen sicheren Abgleichpunkt angeben, was sich an einer großen Streuung der Abgleichwerte zeigt, da sie den Unterschied nicht farbig

sehen, sondern nur auf gleiche Helligkeit einstellen. Die Wahrscheinlichkeit ist am größten, einen Deuteranomalien zu finden. Dieser fällt also durch größere Streuung der Abgleichwerte sowie durch niedrige  $y/x$ -Werte auf und möglicherweise auch dadurch, daß bei höheren Intensitäten besser abgeglichen werden kann.

#### 4. Weitere Experimente

Wir können mit unserem Farbmischgerät einige wichtige Regeln der Farbmischung untersuchen.

*Linearitätsregeln:* Ausdruck der Linearitätsregel ist, daß wir das gleiche Mischungsverhältnis  $y/x$  für verschiedene Intensitätsniveaus erhalten. Diese verschiedenen Intensitätsniveaus stellen wir dadurch ein, daß wir die Intensität des Gelblichtes (oben mit  $m$  bezeichnet) variieren. Da wir auf Intensität und Farbgleichheit abgleichen, erhalten wir entsprechend veränderte  $x$ - und  $y$ -Werte. Der Zuwachs ist für die  $x$ - und  $y$ -Werte gleich; ein Beweis für Linearität der  $x$ ,  $y$  und  $m$  Skala (Intensität). Die Regel lautet also: Wenn ein Farbreiz  $A$  gemischt mit einem Farbreiz  $B$  Farbgleichheit mit einem dritten Farbreiz  $C$  ergibt, dann gilt das auch für  $n \cdot A$ ,  $n \cdot B$  und  $n \cdot C$ , wobei  $n$  irgendein positiver Faktor ist, der die Zunahme oder Abnahme der Stärke des Farbreizes angibt. Diese Regel gilt streng nur für Kleinfeldreize der Fovea und keine zu hohen Intensitäten. *Einfluß der Adaptation auf die Farbmischung:* Unser Gerät bietet die Möglichkeit, das unmittelbare Umfeld der beiden leuchtenden Punkte verschieden hell und verschieden farbig zu beleuchten. Damit läßt sich z. B. zeigen, daß das Gelb (sowohl das reine als auch das durch Mischung erzeugte) auf einem blauen Hintergrund als eine gesättigtere Farbe erscheint (wenn unser Auge nicht streng auf die Leuchtpunkte fixiert, sondern zwischen Umfeld und Zentrum hin und her blickt). Es läßt sich weiter zeigen, daß das Abgleichverhältnis  $y/x$  für verschieden helle und verschieden farbige Hintergründe und damit für verschiedene Adaptationszustände gleich ist. Erklärung: Beleuchten

wir z.B. mit einem roten Hintergrund und blicken zwischen Zentrum und Umfeld hin und her, wird dadurch besonders der Rot-Rezeptor adaptiert. Dies bedeutet, daß die ganze spektrale Empfindlichkeitskurve des Rot-Rezeptors (siehe Abbildung 2) im Verhältnis zu der des Grünrezeptors absinkt. Wenn wir nun eine Modellrechnung, wie oben angegeben, durchführen, müssen neue Werte für  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_3$  eingesetzt werden:  $a \cdot r_1$ ,  $a \cdot r_2$ ,  $a \cdot r_3$ . Da  $a$  für alle Werte gleich ist, bleibt das Mischungsverhältnis  $y/x$  davon unberührt. Solche Adaptationsexperimente sind besonders anschaulich, wenn man ein Auge an das Hintergrundlicht adaptiert (einige Minuten auf die Leuchtfläche blickt) und dann plötzlich mit dem nicht adaptierten Auge die Leuchtpunkte betrachtet.

*Anregungen zu weiteren Experimenten:*

Weber-Fechnersches Gesetz: Man stellt verschiedene Intensitäten des farbabgeglichenen Gelbmischlichtes ein und mißt die Intensität des reinen Gelblichtes, wenn es gerade merklich heller erscheint als das Gelbmischlicht. Es zeigt sich, daß die Unterschiedsschwelle  $\Delta E$  proportional dem relativen Reizzuwachs  $\Delta S/S_0$  ist, wobei  $S_0$  die Ausgangsreizstärke ist (Intensität des Gelblichtes, wenn es gleich hell wie das Mischlicht ist):

$$\Delta E = K \cdot \Delta S / S_0,$$

über  $\Delta S$  integriert:  $E = K \cdot \log S$

In den Lehrbüchern finden sich weitere Angaben zu der Verallgemeinerung dieses psychophysischen Grundgesetzes.

Da Leuchtdioden mit einem Pulsgenerator leicht anzusteuern sind, lassen sich einige weitere wichtige Phänomene quantitativ prüfen. Zum Beispiel mischt sich Grün und Rot auch zu Gelb, wenn die beiden Farbreize schnell genug *nacheinander* geboten werden. Damit lassen sich die Zeitverhältnisse der Flickerfarbmischung prüfen. Oder man untersucht den Zusammenhang zwischen Pulslänge und Intensität (Riccosches Gesetz). Man findet,

daß über einen gewissen Zeitbereich die Helligkeitswahrnehmung dem Produkt aus Pulslänge  $t$  und Intensität  $I$  folgt ( $E = I \cdot t$ )

Dieses Experiment läßt sich so anlegen, daß man die Integrationszeit der Zapfen in unserer Fovea bestimmt. Die Integrationszeit ist die Zeitdauer, über die nacheinander eintreffende Lichtquanten im Photorezeptor gesammelt werden, um die gleiche Erregung zu geben, wie wenn sie gleichzeitig absorbiert worden sind. Sie beträgt ca. 50 msec.

*Bemerkung:* Da Abbildung 3 nur ein Prinzipschaltbild enthält, senden die Autoren auf Anforderung gerne weitere Informationen zum Bau des Gerätes zu.

#### Literatur

- [1] Baker, H. D., and W. A. H. Rushton: The red-sensitive pigment in normal cones. *J. Physiol.* **176**, 56 – 72 (1965).
- [2] Ronacher, B., und M. Hemminger: Einführung in die Nerven- und Sinnesphysiologie. Biologische Arbeitsbücher Nr. 8, Quelle und Meyer, Heidelberg 1976.
- [3] Rushton, W. A. H.: Pigments and signals in colour vision. *J. Physiol.* **220**, 1 – 31 (1972).

#### Randolf Menzel, Uwe Greggers

FU Berlin, Fachbereich Biologie, Neurobiologie, Königin-Luise-Strasse 28-30, D-14195 Berlin.